یکشنبه
۱۴۰۳/۱۲/۱۹

مباحث پایه +
فصل ۶ ریاضی دهم + فصل ۳ گسسته
و فصل ۲ و ۳ هندسه دهم

دفترچه پاسخ

دوپینگ ماز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی
ریاضیات

درس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	حسین شفیع‌زاده محدثه شیخعلی مهرداد کیوان	حسین شفیع‌زاده ـ مهرداد کیوان محمد پورسعید ـ سوگند روشنی محمدرضا حسینی‌فرد	فرشاد حسن‌زاده ارسلان حسنوند ـ سجاد احمدی

هفته اول	هفته دوم	هفته سوم	هفته چهارم	هفته پنجم	هفته ششم
مباحث پایه	جامع تابع + توابع نمایی و لگاریتمی	جامع مثلثات	جامع حد و پیوستگی + مشتق و کاربرد مشتق	ـ	الگو و دنباله + توان‌های گویا و عبارت‌های جبری

۵۵ روز جمع‌بندی تا کنکور اردیبهشت

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفادهٔ غیرقانونی از دفترچه سؤالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

AzmonVIP

دانش آموزان عزیز ماز

امیدواریم از آزمون امروزتون لذت برده باشین.

هندسه تحلیلی و جبر، معادله‌ها و نامعادله‌ها!

فصول این بخش مبنا و پایه ریاضیاته که هر چند به صورت مستقیم خیلی سوال خیز نیست اما در واقع پیش نیاز همه بخش‌های ریاضی و لازمهٔ حل سوالات و مسائل فیزیک و شیمیه.

این بخش‌ها همون کلید گم شده دانش‌آموزای ما برای موفقیت در حل سوالات ترکیبی ریاضی، فیزیک و شیمیه، که با تسلط رو اینا می‌تونین خیالتون بابت حل مسائل معادله، نامعادله و ... کاملاً راحت باشه.

پیش‌نیازهای مطالعه این بخش کدام مباحث هستند؟

برای یادگیری بهتر این بخش بهتره فصل‌های ۲ و ۴ و ۵ و۷ از کتاب نهم رو دوره کنید.

این بخش‌ها در کدام قسمت‌ها کاربرد دارد؟ آزمون وی ای پی

سوالات تابع، لگاریتم و نمایی، مشتق و کاربردش و ... حتی احتمال، همه و همه می‌تونن با این بخش‌ها ترکیب بشن.

از این بخش‌ها در کنکور سال‌های قبل چه تعداد سوال طرح شده است؟ این سوالات از چه موضوعاتی بوده؟

کنکور سراسری	۱۴۰۰	۱۴۰۱	۱۴۰۲ نوبت اول	۱۴۰۲ نوبت دوم	۱۴۰۳ نوبت اول	۱۴۰۳ نوبت دوم
تعداد سوال	۲	۳	۴	۴	۴	۳
مباحث مطرح شده در سوال	ارتباط بین ریشه‌ها نامعادلات گویا	معادله گویا روابط بین ریشه‌های یک معادله درجه دوم سهمی	ریشه‌های معادله درجه دوم سهمی هندسه مختصاتی معادله گویا	معادلات درجه دوم و روابط بین ریشه‌های آن روابط بین ریشه‌های معادله درجه دوم معادلات گویا هندسه تحلیلی	ریشه‌های معادله درجه دوم روابط بین ریشه‌های معادله درجه دوم هندسه تحلیلی معادله گنگ	سهمی ریشه‌های معادله درجه دوم هندسه تحلیلی

حالا برین تحلیل آزمون رو شروع کنین که به‌نظرم **تحلیل** آزمون و مشخص شدن ایرادها از خود آزمون دادن مهم‌تره. آرزومند آرزوهایتان... ✿

حسین شفیع‌زاده - رتبهٔ ۶ کنکور ۶۷ و مسئول درس ریاضی آزمون ماز

۱- نمودار یک تابع درجه دوم به شکل کلی $y=ax^۲+bx+c$ محور xها را در نقاطی به طول‌های ۳ و -۱ و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض -۶ قطع می‌کند، کمترین مقدار این تابع کدام است؟

۱) -۹ ۲) -۸ ۳) -۱۰ ۴) -۱۲

پاسخ: گزینه ۲ (آسان ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

$$f(x)=ax^۲+bx+c$$

$$x_۱=۳\ ,\ x_۲=-۱ \Rightarrow x_۱+x_۲=۲ \Rightarrow -\frac{b}{a}=۲$$

$$x_۱x_۲=-۳ \Rightarrow \frac{c}{a}=-۳$$

$$f(۰)=-۶ \Rightarrow c=-۶ \Rightarrow \frac{-۶}{a}=-۳ \Rightarrow a=۲$$

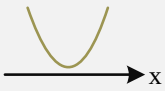
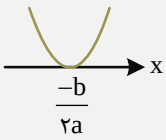
$$-\frac{b}{a}=۲ \Rightarrow b=-۴ \Rightarrow f(x)=۲x^۲-۴x-۶$$

$$\min f(x)=\frac{-\Delta}{۴a}=\frac{-(۱۶+۴۸)}{۸}=-۸$$

صفرهای تابع درجه دوم:

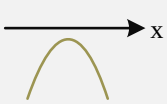
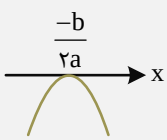
به نقاط برخورد نمودار تابع درجه دوم $f(x)=ax^۲+bx+c$ با محور xها، صفرهای تابع درجه دوم می‌گوییم که در واقع همان ریشه‌های معادله $f(x)=۰$ هستند، به عبارت دیگر در این نقاط، مقدار تابع برابر صفر است.

حال برای اینکه وضعیت نمودار سهمی $y=ax^۲+bx+c$ نسبت به محور xها را بررسی کنیم باید به سراغ دلتای معادله سهمی و همچنین جهت دهانه سهمی برویم. (جدول‌ها رو دریاب ...)

$a>۰$		
$\Delta<۰$	$\Delta=۰$	$\Delta>۰$
		
تابع درجه دوم محور xها را قطع نمی‌کند. تابع درجه دوم همواره بالای محور xها است. تابع درجه دوم همواره مثبت است. معادله درجه دوم ریشه حقیقی ندارد.	تابع درجه دوم بالای محور xها و بر آن مماس است. معادله درجه دوم یک ریشه مضاعف $x=-\frac{b}{۲a}$ دارد.	تابع درجه دوم محور xها را در دو نقطه قطع می‌کند. معادله درجه دوم دو ریشه ساده دارد.

توجه:

با توجه به جدول فوق می‌توان نتیجه گرفت شرط اینکه عبارت درجه دوم $y=ax^۲+bx+c$ همواره مثبت باشد، این است که $a>۰$ و $\Delta<۰$ باشد.

$a<۰$		
$\Delta<۰$	$\Delta=۰$	$\Delta>۰$
		
تابع درجه دوم محور xها را قطع نمی‌کند. تابع درجه دوم همواره پایین محور xها است. تابع درجه دوم همواره منفی است. معادله درجه دوم ریشه حقیقی ندارد.	تابع درجه دوم پایین محور xها و بر آن مماس است. معادله درجه دوم یک ریشه مضاعف $x=-\frac{b}{۲a}$ دارد.	تابع درجه دوم محور xها را در دو نقطه قطع می‌کند. معادله درجه دوم دو ریشه ساده دارد.

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir

AzmonVIP

توجه:

با توجه به جدول فوق می‌توان نتیجه گرفت شرط اینکه عبارت درجه دوم $y = ax^۲ + bx + c$ همواره منفی باشد، این است که $a < ۰$ و $\Delta < ۰$ باشد.

گروه آموزشی ماز

۲- حاصل عبارت $A = \frac{۱+x+x^۲+x^۳+...+x^۹}{۱-x+x^۲-x^۳+...-x^۹}$ به ازای $x = ۲-\sqrt{۳}$ کدام است؟

۱) $۲+\sqrt{۳}$ ۲) $۳-\sqrt{۳}$ ۳) $\sqrt{۳}-۱$ ۴) $\sqrt{۳}$

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

$$A = \frac{۱+x+x^۲+x^۳+...+x^۹}{۱-x+x^۲-x^۳+...-x^۹}$$

صورت کسر، مجموع جملات دنبالهٔ هندسی با قدرنسبت x و مخرج کسر، مجموع جملات دنبالهٔ هندسی با قدرنسبت $(-x)$ است، بنابراین با توجه به فرمول $S_n = \frac{a_۱(۱-q^n)}{۱-q}$ داریم:

$$A = \frac{\frac{۱(۱-x^{۱۰})}{۱-x}}{\frac{۱(۱-(-x)^{۱۰})}{۱+x}} = \frac{۱+x}{۱-x}$$

$$x = ۲-\sqrt{۳} \Rightarrow A = \frac{۱+۲-\sqrt{۳}}{۱-(۲-\sqrt{۳})} = \frac{۳-\sqrt{۳}}{-۱+\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۳}(\sqrt{۳}-۱)}{\sqrt{۳}-۱} = \sqrt{۳}$$

گروه آموزشی ماز

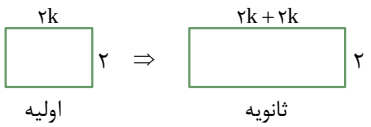
۳- در یک مستطیل طلایی به عرض ۲، به اندازهٔ $۱+\sqrt{۵}$ واحد به طول آن اضافه کنیم و یک مستطیل جدید می‌سازیم. نسبت مساحت مستطیل جدید به مستطیل طلایی اولیه چقدر است؟

۱) $۴\sqrt{۵}$ ۲) ۲ ۳) $۲\sqrt{۵}$ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲ آزمو ن وی ای پی (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

در مستطیل طلایی نسبت طول به عرض برابر $k = \frac{\sqrt{۵}+۱}{۲}$ است.

به اندازهٔ $۲k$ واحد به طول اضافه کرده‌ایم، پس:



$$\begin{cases} S_۱ = ۴k \\ S_۲ = ۸k \end{cases} \Rightarrow \frac{S_۲}{S_۱} = ۲$$

گروه آموزشی ماز

۴- اختلاف ریشه‌های معادلهٔ $۲x^۲ + (k-۱)x + ۳ = ۰$ برابر $\frac{k-۵}{۲}$ است. حاصل $\left[\frac{-k+۲}{۳}\right]$ کدام است؟

۱) -۱ ۲) -۲ ۳) ۱ ۴) ۲

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

$$۲x^۲ + (k-۱)x + ۳ = ۰$$

$$\text{اختلاف ریشه‌ها} = |x_۱ - x_۲| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{(k-۱)^۲ - ۲۴}}{۲}$$

$$\frac{\sqrt{(k-۱)^۲ - ۲۴}}{۲} = \frac{k-۵}{۲} \Rightarrow \sqrt{(k-۱)^۲ - ۲۴} = k-۵$$

$$\Rightarrow (k-۱)^۲ - ۲۴ = k^۲ - ۱۰k + ۲۵ \Rightarrow k^۲ - ۲k - ۲۳ = k^۲ - ۱۰k + ۲۵ \Rightarrow ۸k = ۴۸ \Rightarrow k = ۶$$

$$\Rightarrow \left[\frac{-k+۲}{۳}\right] = \left[\frac{-۴}{۳}\right] = -۲$$

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir

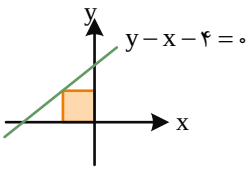
AzmonVIP

هر آنچه باید در مورد روابط بین ریشه‌ها بدانید!

حاصل برحسب S و P	رابطه
$\alpha^۲+\beta^۲=(\alpha+\beta)^۲-۲\alpha\beta=S^۲-۲P$	$\alpha^۲+\beta^۲$
$\alpha^۳+\beta^۳=(\alpha+\beta)^۳-۳\alpha\beta(\alpha+\beta)=S^۳-۳PS$	$\alpha^۳+\beta^۳$
$\alpha^۴+\beta^۴=(\alpha^۲+\beta^۲)^۲-۲(\alpha\beta)^۲=(S^۲-۲P)^۲-۲P^۲$	$\alpha^۴+\beta^۴$
$\alpha^۶+\beta^۶=(\alpha^۲+\beta^۲)^۳-۳(\alpha\beta)^۲(\alpha^۲+\beta^۲)=(S^۲-۲P)^۳-۳P^۲(S^۲-۲P)$	$\alpha^۶+\beta^۶$
$\frac{۱}{\alpha^۲}+\frac{۱}{\beta^۲}=\frac{\beta^۲+\alpha^۲}{\alpha^۲\beta^۲}=\frac{(\alpha+\beta)^۲-۲\alpha\beta}{(\alpha\beta)^۲}=\frac{S^۲-۲P}{P^۲}$	$\frac{۱}{\alpha^۲}+\frac{۱}{\beta^۲}$
$\frac{۱}{\alpha^۳}+\frac{۱}{\beta^۳}=\frac{\beta^۳+\alpha^۳}{\alpha^۳\beta^۳}=\frac{(\alpha+\beta)^۳-۳\alpha\beta(\alpha+\beta)}{(\alpha\beta)^۳}=\frac{S^۳-۳PS}{P^۳}$	$\frac{۱}{\alpha^۳}+\frac{۱}{\beta^۳}$
$\frac{۱}{\alpha^۴}+\frac{۱}{\beta^۴}=\frac{\beta^۴+\alpha^۴}{\alpha^۴\beta^۴}=\frac{(\alpha^۲+\beta^۲)^۲-۲(\alpha\beta)^۲}{(\alpha\beta)^۴}=\frac{(S^۲-۲P)^۲-۲P^۲}{P^۴}$	$\frac{۱}{\alpha^۴}+\frac{۱}{\beta^۴}$
$\lvert\alpha-\beta\rvert=\frac{\sqrt{\Delta}}{\lvert a\rvert}$	$\lvert\alpha-\beta\rvert$
$\lvert\alpha^۲-\beta^۲\rvert=\lvert(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)\rvert=\lvert\frac{\sqrt{\Delta}}{\lvert a\rvert}\times S\rvert$	$\lvert\alpha^۲-\beta^۲\rvert$
$\lvert\alpha^۳-\beta^۳\rvert=\lvert(\alpha-\beta)(\alpha^۲+\beta^۲+\alpha\beta)\rvert=\lvert\frac{\sqrt{\Delta}}{\lvert a\rvert}(S^۲-P)\rvert$	$\lvert\alpha^۳-\beta^۳\rvert$
$\lvert\alpha^۴-\beta^۴\rvert=\lvert(\alpha^۲-\beta^۲)(\alpha^۲+\beta^۲)\rvert=\lvert\frac{\sqrt{\Delta}}{\lvert a\rvert}(S)(S^۲-۲P)\rvert$	$\lvert\alpha^۴-\beta^۴\rvert$
$\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}=\sqrt{\alpha+\beta+۲\sqrt{\alpha\beta}}=\sqrt{S+۲\sqrt{P}}\quad(\alpha,\beta>۰)$	$\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}$
$\lvert\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta}\rvert=\sqrt{\alpha+\beta-۲\sqrt{\alpha\beta}}=\sqrt{S-۲\sqrt{P}}\quad(\alpha,\beta>۰)$	$\lvert\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta}\rvert$
$\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}}+\frac{\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha}}=\frac{\alpha+\beta}{\sqrt{\alpha\beta}}=\frac{S}{\sqrt{P}}$	$\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}}+\frac{\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha}}$

گروه آموزشی ماز

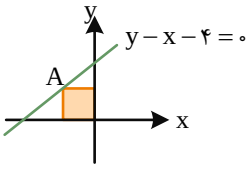
۵- مساحت مربع شکل مقابل کدام است؟



۱) ۲
۲) ۴
۳) ۸
۴) ۱۶

پاسخ: گزینه ۲ آز مون وی ای پی (آسان ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

اگر طول نقطه A را برابر α فرض کنیم، عرض آن که روی خط $y=x+۴$ قرار دارد، برابر $(\alpha+۴)$ خواهد بود و داریم:



$$A(\alpha,\alpha+۴)$$

باید فاصلهٔ A از محورهای x و y یکسان باشد (زیرا A رأس یک مربع است)، پس داریم:

$$\lvert\alpha\rvert=\lvert\alpha+۴\rvert$$

AzmonVIP
کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = \alpha + ۴ \Rightarrow \text{ریشه ندارد} \\ \alpha = -\alpha - ۴ \Rightarrow ۲\alpha = -۴ \Rightarrow \alpha = -۲ \end{cases}$$

پس مربعی به طول ضلع ۲ در اختیار داریم که مساحت آن برابر $S = ۲^۲ = ۴$ است.

گروه آموزشی ماز

۶- کدام گزینه در مورد معادلهٔ $\sqrt{x} + \sqrt{x-۲} = ۱$ صحیح است؟

۱) دارای دو ریشهٔ حقیقی مثبت است.
۲) فقط یک ریشهٔ حقیقی در بازهٔ $(۲,۳)$ دارد.
۳) فقط یک ریشهٔ حقیقی در بازهٔ $(۳,۴)$ دارد.
۴) فاقد ریشهٔ حقیقی است.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

$$\sqrt{x} + \sqrt{x-۲} = ۱ \Rightarrow \sqrt{x-۲} = ۱ - \sqrt{x}$$

با شرط $x - ۲ \geq ۰$ و $۱ - \sqrt{x} \geq ۰$، یعنی $x \geq ۲$ و $x \leq ۱$ معادله دارای جواب نخواهد بود چون که اشتراک آن‌ها برابر $\varnothing$ است، معادله جواب حقیقی ندارد.

معادله‌های رادیکالی (گنگ)

به معادله‌هایی که در آن‌ها مجهول (متغیر) زیر رادیکال قرار داشته باشد، معادله‌های رادیکالی (گنگ) می‌گوییم.

به عنوان مثال:

معادله‌های زیر چند نمونه از معادلات رادیکالی هستند.

$$\sqrt{x+۲} = x - ۴ \qquad \sqrt{x+۳} + \sqrt{۳x+۱} = ۴ \qquad \frac{۵}{\sqrt{x}+۲} = ۲ - \frac{۱}{\sqrt{x}-۲}$$

برای حل یک معادله رادیکالی باید مراحل زیر را طی کنیم:

۱) یکی از رادیکال‌ها را در یک طرف معادله نگه می‌داریم و مابقی جمله‌ها را به طرف دیگر معادله منتقل می‌کنیم.

۲) طرفین معادله را به توان مناسب می‌رسانیم. (معمولاً طرفین را به توان ۲ می‌رسونیم)

توجه:

توجه داشته باشید که اگر با به توان رساندن طرفین معادله، مجدداً در معادله عبارت رادیکالی حضور داشته باشد سعی می‌کنیم که با تکرار مراحل ۱ و ۲، کل معادله را از حالت رادیکالی خارج کنیم.

۳) معادله به دست آمده را تا حد امکان ساده کرده و آن را حل می‌کنیم و جواب (یا جواب‌های) معادله را به دست می‌آوریم.

۴) جواب(های) به دست آمده را در معادله اصلی آزمایش می‌کنیم و جواب‌هایی را قبول می‌کنیم که اولاً در دامنه تعریف متغیر معادله قرار داشته باشند و ثانیاً در معادله اصلی صدق کنند.

گروه آموزشی ماز

۷- اگر $x = ۶$ ریشهٔ مضاعف معادلهٔ $(x+a)^۲ - ۴x = b$ باشد، آن‌گاه ریشه‌های کدام‌یک از معادلات زیر برابر $a+b$ و $a-b$ است؟

۱) $x^۲ + ۲۴x - ۸۰ = ۰$
۲) $x^۲ - ۲۴x - ۸۰ = ۰$
۳) $x^۲ - ۸x - ۳۸۴ = ۰$
۴) $x^۲ + ۸x - ۳۸۴ = ۰$

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

ابتدا معادلهٔ داده شده را به شکل استاندارد تبدیل می‌کنیم:

$$(x+a)^۲ - ۴x = b \Rightarrow x^۲ + (۲a-۴)x + a^۲ - b = ۰$$

چون $x = ۶$ ریشهٔ مضاعف معادله است، پس باید معادله داده شده به صورت $(x-۶)^۲ = x^۲ - ۱۲x + ۳۶ = ۰$ باشد که در این صورت داریم:

$$\begin{cases} ۲a - ۴ = -۱۲ \Rightarrow a = -۴ \\ a^۲ - b = ۳۶ \end{cases} \Rightarrow b = -۲۰$$

ریشه‌ها رو چطور پیدا کنیم؟ با تجزیه ...

تجزیه به کمک فاکتورگیری	تجزیه به کمک اتحاد مزدوج	تجزیه به کمک اتحاد جمله مشترک
$mx^۲ + nx = x(mx+n)$	$x^۲ - m^۲ = (x-m)(x+m)$	$x^۲ + mx + n = (x+\bigcirc)(x+\square)$
$۲x^۲ - ۴x = x(۲x-۴)$	$x^۲ - ۱۶ = (x-۴)(x+۴)$	$x^۲ - x - ۶ = (x-۳)(x+۲)$

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir

AzmonVIP

حال اگر بخواهیم معادلهٔ درجه دومی بنویسیم که ریشه‌های آن $x_1=-۲۴$ و $x_2=۱۶$ باشد، معادلهٔ مطلوب به صورت زیر خواهد بود:

$$S=x_1+x_2=-۸$$

$$P=x_1.x_2=-۳۸۴$$

$$x^۲-Sx+P=۰\Rightarrow x^۲+۸x-۳۸۴=۰$$

گروه آموزشی ماز

۸- معادله‌ای که هر یک از ریشه‌های آن از مربع ریشه‌های معادلهٔ $x^۲-۵x-۲=۰$، یک واحد بیشتر باشد، کدام است؟

۱) $x^۲-۳۱x+۳۷=۰$
۲) $x^۲-۳۱x+۳۴=۰$
۳) $x^۲-۲۳x+۲۶=۰$
۴) $x^۲-۲۳x+۲۹=۰$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

اگر ریشه‌های معادلهٔ $x^۲-۵x-۲=۰$ را x_1 و x_2 بنامیم، در این صورت خواهیم داشت:

$$\begin{cases}x_1+x_2=۵\\x_1x_2=-۲\end{cases}$$

اگر ریشه‌های معادلهٔ مطلوب را y_1 و y_2 بنامیم باید داشته باشیم:

$$\begin{cases}y_1=x_1^۲+۱\\y_2=x_2^۲+۱\end{cases}\Rightarrow y_1+y_2=x_1^۲+x_2^۲+۲=(x_1+x_2)^۲-۲x_1x_2+۲$$

$$=S^۲-۲P+۲=۲۵-۲(-۲)+۲=۳۱$$

$$y_1y_2=(x_1^۲+۱)(x_2^۲+۱)=x_1^۲x_2^۲+x_1^۲+x_2^۲+۱=(x_1x_2)^۲+(x_1+x_2)^۲-۲x_1x_2+۱$$

$$=۴+۲۵-۲(-۲)+۱=۳۴$$

بنابراین معادلهٔ مطلوب به شکل زیر است:

$$x^۲-Sx+P=۰\Rightarrow x^۲-۳۱x+۳۴=۰$$

گروه آموزشی ماز

۹- حاصل جمع ریشه‌های معادلهٔ $|x-۱|+x^۲-۲x=۵$ کدام است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

روش اول:

$$|x-۱|=t\Rightarrow x^۲-۲x+۱=t^۲$$

$$|x-۱|+x^۲-۲x=۵\Rightarrow t+t^۲-۱-۵=۰\Rightarrow t^۲+t-۶=۰$$

$$\xrightarrow{t\geq ۰} t=۲\Rightarrow |x-۱|=۲\Rightarrow x=۳\ \text{یا}\ -۱\Rightarrow x_1+x_2=۲$$

روش دوم:

$$x\geq ۱\Rightarrow x-۱+x^۲-۲x=۵\Rightarrow x^۲-x-۶=۰\xrightarrow{x\geq ۱} x=۳$$

$$x<۱\Rightarrow -x+۱+x^۲-۲x=۵\Rightarrow x^۲-۳x-۴=۰\xrightarrow{x<۱} x=-۱$$

$$\Rightarrow x_1+x_2=۲$$

گروه آموزشی ماز

۱۰- اگر a و b ریشه‌های معادلهٔ $ax^۲-۷x+۹b=۰$ و $a<b$ باشند، مقدار $b-a$ کدام است؟ $(b\neq ۰)$

۱) $\frac{۱۰}{۳}$
۲) $\frac{۱۱}{۳}$
۳) $\frac{۷}{۳}$
۴) $\frac{۹}{۲}$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

در معادله درجه دوم $ax^۲+bx+c=۰$ جمع ریشه‌ها برابر $S=\frac{-b}{a}$ و ضرب ریشه‌ها برابر $P=\frac{c}{a}$ است.

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir

AzmonVIP

$$\begin{cases} a+b=\frac{۷}{a} \\ ab=\frac{۹b}{a} \end{cases} \xrightarrow{b\neq ۰} a^۲=۹ \xrightarrow{a<b} a=-۳$$ آزمون وی ای پی

$$a+b=\frac{۷}{a} \Rightarrow -۳+b=-\frac{۷}{۳} \Rightarrow b=\frac{۲}{۳} \Rightarrow b-a=\frac{۲}{۳}+۳=\frac{۱۱}{۳}$$

گروه آموزشی ماز

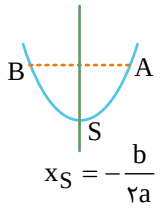
۱۱- نقاط $A(۱۳,-۷)$ و $B(-\frac{۹}{۲},-۷)$ روی تابع $f(x)=ax^۲+bx+c$ قرار دارند. مجموع ریشه‌های معادلهٔ $f(x)=۲$ کدام است؟ $(a>۰)$

۱) $\frac{۱۳}{۲}$ ۲) $\frac{۱۹}{۲}$ ۳) $\frac{۱۵}{۲}$ ۴) $\frac{۱۷}{۲}$

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

چون عرض نقاط A و B یکسان است، پس این دو نقطه نسبت به محور تقارن سهمی، قرینهٔ یکدیگرند و بنابراین داریم:

$$\frac{x_A+x_B}{۲}=x_S \Rightarrow x_S=\frac{۱۳-\frac{۹}{۲}}{۲}=\frac{۱۷}{۴}$$



$$x_S=-\frac{b}{۲a}$$

حال اگر طول‌های نقاط برخورد سهمی با خط $y=۲$ را $x_۱$ و $x_۲$ بنامیم، با توجه به این که $x_۱$ و $x_۲$ نیز نسبت به محور تقارن، قرینهٔ یکدیگرند، خواهیم داشت:

$$x_۱+x_۲=۲x_S=\frac{۱۷}{۲}$$

گروه آموزشی ماز

۱۲- مجموعه جواب نامعادلهٔ $\frac{x^۲-x+۱۰}{x^۲+x+۳}>۴$ با مجموعه جواب نامعادلهٔ $|۶x+a|<b$ برابر است. حاصل $۲a+b$ کدام است؟

۱) ۱۱ ۲) ۷ ۳) ۹ ۴) ۱۳

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

عبارت مخرج همواره مثبت است، پس می‌توان طرفین نامعادله را در عبارت $(x^۲+x+۳)$ ضرب کرد.

$$\frac{x^۲-x+۱۰}{x^۲+x+۳}>۴ \Rightarrow$$

$$x^۲-x+۱۰>۴x^۲+۴x+۱۲ \Rightarrow ۳x^۲+۵x+۲<۰$$

$$۳x^۲+۵x+۲=۰ \xrightarrow{a+c=b} x=-۱\ ,\ x=-\frac{۲}{۳}$$

$$\xrightarrow{\text{تعیین علامت}} -۱<x<-\frac{۲}{۳}$$

حال برای تبدیل مجموعه جواب نامعادله به نامساوی شامل قدرمطلق کافی است میانگین مقادیر -۱ و $-\frac{۲}{۳}$ را از طرفین مساوی کم کنیم:

$$\text{میانگین}=\frac{-۱-\frac{۲}{۳}}{۲}=\frac{-۵}{۶}$$

$$-۱<x<-\frac{۲}{۳} \Rightarrow -۱+\frac{۵}{۶}<x+\frac{۵}{۶}<-\frac{۲}{۳}+\frac{۵}{۶}$$

$$\Rightarrow -\frac{۱}{۶}<x+\frac{۵}{۶}<\frac{۱}{۶} \Rightarrow \left|x+\frac{۵}{۶}\right|<\frac{۱}{۶} \Rightarrow |۶x+۵|<۱$$

بنابراین مقادیر a و b عبارتند از $a=۵$ و $b=۱$ و در نتیجه داریم:

$$۲a+b=۱۱$$

گروه آموزشی ماز

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir

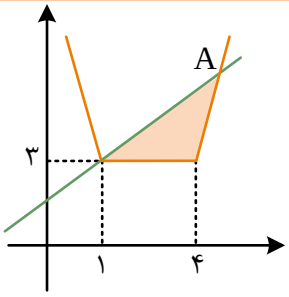
AzmonVIP

۱۳- مساحت محدود به نمودار تابع $y=|x-۱|+|x-۴|$ و خط $y=x+۲$ چقدر است؟

۱) ۱۶ ۲) ۸ ۳) ۱۸ ۴) ۹

پاسخ: گزینه ۴ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

نمودار تابع قدرمطلقی و خط $y=x+۲$ به‌صورت مقابل است. نقطه A را به‌دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} y=x+۲ \\ y=|x-۱|+|x-۴|=x-۱+x-۴=۲x-۵ \end{cases}$$
$$\Rightarrow x+۲=۲x-۵ \Rightarrow x=۷ \Rightarrow y=۹$$
$$S=\frac{۱}{۲}(۴-۱)(y_A-۳)=\frac{۱}{۲}\times ۳\times ۶=۹$$

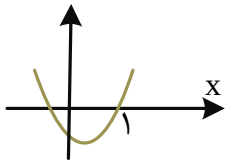
گروه آموزشی ماز

۱۴- به ازای چند مقدار صحیح منفی برای m هر دو ریشهٔ حقیقی معادلهٔ $۳x^۲+mx+m=۰$ کوچک‌تر از ۱ هستند؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) هیچ ۴) بی‌شمار

پاسخ: گزینه ۱ آزمون وی ای پی (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

به ازای $x=۱$ مقدار عرض تابع سهمی، مثبت است.



$$x=۱ \Rightarrow ۳+m+m>۰ \Rightarrow m>\frac{-۳}{۲}$$

$$\begin{cases} \Delta>۰ \Rightarrow m^۲-۱۲m>۰ \xrightarrow{m<۰} m<۰ \\ x_S<۱ \Rightarrow \frac{-m}{۶}<۱ \Rightarrow m>-۶ \end{cases} \Rightarrow \frac{-۳}{۲}<m<۰$$

فقط $m=-۱$ قابل قبول است.

معادلات به فرم $ax^۴+bx^۲+c=۰$:

برای حل معادلات به فرم $ax^۴+bx^۲+c=۰$، از تغییر متغیر $x^۲=t$ استفاده کرده و معادله را به شکل $at^۲+bt+c=۰$ می‌نویسیم و آن را حل می‌کنیم، سپس tهای به دست آمده را برابر $x^۲$ قرار داده و مقادیر x را محاسبه می‌کنیم. توجه داشته باشید که چون $x^۲=t\geq ۰$ است، بنابراین tهای منفی غیرقابل قبول هستند.

$ax^۴+bx^۲+c=۰$	$at^۲+bt+c=۰$	شرط
۴ ریشه حقیقی متمایز	دو ریشه متمایز مثبت	$\Delta>۰, S>۰, P>۰$
۳ ریشه حقیقی متمایز	یک ریشه صفر و یک ریشه مثبت	$S>۰, P=۰$
۲ ریشه حقیقی متمایز	دو ریشه مختلف‌العلامت	$P<۰$
	یک ریشه مضاعف مثبت	$\Delta=۰, S>۰$
فقط یک ریشه حقیقی	یک ریشه صفر و یک ریشه منفی	$S<۰, P=۰$
	یک ریشه مضاعف صفر	$b=c=۰$
فاقد ریشه حقیقی	فاقد ریشه حقیقی	$\Delta<۰$
	دو ریشه ساده منفی	$\Delta>۰, S<۰, P>۰$
	یک ریشه مضاعف منفی	$\Delta=۰, S<۰$

گروه آموزشی ماز

۱۵- مساحت مربع ABCD که دو ضلع AB و CD از آن مربع به ترتیب روی خطوط $y=۳mx+۲m-۱$ و $y=(۴m-۱)x+۶$ قرار دارند، کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۵ ۳) $\frac{۵}{۲}$ ۴) $\frac{۵}{۴}$

AzmonVIP
کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

چون اضلاع مقابل مربع، با هم موازیند، پس باید شیب دو خط داده شده با هم برابر باشند، یعنی داریم:

$$\begin{cases} y = 3mx + 2m - 1 \\ y = (4m-1)x + 6 \end{cases} \Rightarrow 3m = 4m - 1 \Rightarrow m = 1 \Rightarrow \begin{cases} y = 3x + 1 \\ y = 3x + 6 \end{cases}$$

حال فاصلهٔ دو خط موازی به معادلات $ax + by + c = 0$ و $ax + by + c' = 0$ از رابطهٔ $d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ به دست می‌آید، پس خواهیم داشت:

$$\begin{cases} 3x - y + 1 = 0 \\ 3x - y + 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow d = \frac{|1-6|}{\sqrt{9+1}} = \frac{5}{\sqrt{10}} = \frac{5\sqrt{10}}{10} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$\Rightarrow \text{طول ضلع مربع} = \frac{\sqrt{10}}{2} \Rightarrow \text{مساحت مربع} = (\frac{\sqrt{10}}{2})^2 = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

گروه آموزشی ماز

۱۶- یک تاس را سه بار متوالیاً پرتاب می‌کنیم. در چند حالت عدد رو شده روی تاس‌ها در پرتاب‌ها، به صورت اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی می‌باشد؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۶)

کافی است سه عدد را از اعداد تاس انتخاب کنیم و بدیهی است سه عدد انتخاب شده به ۲ حالت اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی قرار می‌گیرند.

$$\binom{6}{3} \times 2 = 40$$

گروه آموزشی ماز

۱۷- با جایگشت حروف کلمه «دوپینگ ماز» چند کلمه نه حرفی می‌توان ساخت که بین دو حرف «د» و «ن» و همچنین بین دو حرف «م» و «ز» دقیقاً یک حرف قرار گرفته است؟

۱) $256 \times 6!$ ۲) $64 \times 8!$ ۳) $640 \times 4!$ ۴) $256 \times 5!$

پاسخ: گزینه ۳ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۶)

اگر حروف کلمه را مجزا بنویسیم، خواهیم داشت: «د و پ ی ن گ م ا ز» و برای به دست آوردن جایگشت‌های آن، خواهیم داشت:

×××، [ز، ـ، م] [ن، ـ، د]

تعداد حالت: $5! \times 2! \times 2! \times 5 \times 4 = 80 \times 5!$

د، ن، ـ × × × × ×

↓ ↓

ز، ـ، م

$6! \times 2! \times 2! = 48 \times 5!$

تعداد حالات $= 80 \times 5! + 48 \times 5! = 128 \times 5! = 640 \times 4!$

گروه آموزشی ماز

۱۸- از ۴ استان کرمان، شیراز، یزد و اصفهان و از هر استان ۵ نفر برای درخواست نمایندگی ماز در شهر خود در جلسه‌ای حضور دارند. دکتر موسوی به چند حالت می‌تواند ۳ نفر از آن‌ها را انتخاب کند، به گونه‌ای که دوبه‌دو غیرهم‌استانی باشند؟

۱) ۲۰۰ ۲) ۳۰۰ ۳) ۴۰۰ ۴) ۵۰۰

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۶)

ابتدا سه استان انتخاب کرده و سپس از هر استان یک نفر را بیرون می‌کشیم.

$$\binom{4}{3}\binom{5}{1}\binom{5}{1}\binom{5}{1} = 500$$

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir

AzmonVIP

به ذهن بسپار!

اگر بخواهیم از میان n شیء متمایز، k تا رو انتخاب کنی، باید از ترکیب استفاده کنیم:

$$\binom{n}{k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}$$

در حالت خاص، اگر $k=1$:

$$\binom{n}{1}=n$$

و اگر $k=2$:

$$\binom{n}{2}=\frac{n(n-1)}{2}$$

گروه آموزشی ماز

۱۹- در مثلث ABC، اگر $a=7$ و $b=4$ و $h_c=\frac{2h_a+h_b}{3}$، آن‌گاه اندازهٔ ضلع AB کدام است؟

۱) ۶/۴ ۲) ۵/۶ ۳) ۴/۴ ۴) ۸/۶

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

در هر مثلث نسبت ارتفاع‌ها عکس نسبت اضلاع است، پس:

$$\frac{h_a}{h_c}=\frac{c}{a}\ ,\frac{h_b}{h_c}=\frac{c}{b}$$

$$h_c=\frac{2h_a+h_b}{3}\Rightarrow\frac{2h_a}{h_c}+\frac{h_b}{h_c}=3\Rightarrow\frac{2c}{a}+\frac{c}{b}=3$$

$$\Rightarrow\frac{2c}{7}+\frac{c}{4}=3\Rightarrow\frac{15c}{28}=3\Rightarrow c=\frac{28}{5}=5/6$$

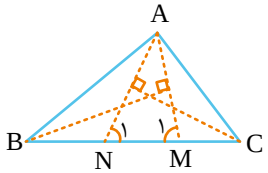
گروه آموزشی ماز

۲۰- در مثلث ABC از رأس A عمودی بر نیمساز B رسم کرده و امتداد می‌دهیم تا ضلع BC را در M قطع کند، همچنین عمودی که از A بر نیمساز C رسم می‌شود، ضلع BC را در N قطع می‌کند. اگر $\hat{A}=120^\circ$، آن‌گاه زاویه MÂN کدام است؟

۱) ۶۰° ۲) ۳۰° ۳) ۲۰° ۴) ۴۰°

پاسخ: گزینه ۲ آزمون وی ای پی (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

در مثلث ABM نیمساز و ارتفاع بر هم منطبق است، پس: $AB=BM$ و داریم:



همچنین مثلث ACN متساوی‌الساقین است $(AC=CN)$ و می‌توان نوشت:

$$\hat{M}_1=\frac{180^\circ-\hat{B}}{2}$$

$$\hat{N}_1=\frac{180^\circ-\hat{C}}{2}$$

$$\Rightarrow\hat{M}_1+\hat{N}_1=\frac{180^\circ-\hat{B}}{2}+\frac{180^\circ-\hat{C}}{2}=180^\circ-\frac{\hat{B}+\hat{C}}{2}$$

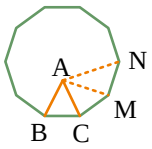
$$\Rightarrow M\hat{A}N=180^\circ-(\hat{M}_1+\hat{N}_1)=\frac{\hat{B}+\hat{C}}{2}=\frac{180^\circ-\hat{A}}{2}=\frac{180^\circ-120^\circ}{2}=30^\circ$$

گروه آموزشی ماز

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir

AzmonVIP

۲۱- در شکل مقابل، مثلث متساوی‌الاضلاع ABC و ده ضلعی منتظم در یک ضلع مشترک‌اند. زاویهٔ $A\hat{M}N$ کدام است؟



۱) ۶۴°
۲) ۱۲۸°
۳) ۹۶°
۴) ۱۰۸°

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

در ده ضلعی منتظم، هر زاویه داخلی برابر $\frac{(n-۲)۱۸۰^\circ}{n} = ۱۴۴^\circ$ است، پس:

$$A\hat{C}M = ۱۴۴^\circ - ۶۰^\circ = ۸۴^\circ$$

مثلث ACM در رأس C متساوی‌الساقین است:

$$AC = CM \Rightarrow A\hat{M}C = M\hat{A}C = \frac{۱۸۰^\circ - ۸۴^\circ}{۲} = ۴۸^\circ$$

$$\Rightarrow A\hat{M}N = ۱۴۴^\circ - ۴۸^\circ = ۹۶^\circ$$

گروه آموزشی ماز

۲۲- مساحت ذوزنقه متساوی‌الساقینی با قاعده‌های ۶ و ۱۰ که عمودمنصف ساق آن از رأس مقابل می‌گذرد، کدام است؟

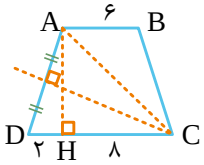
۱) ۳۲ ۲) ۳۶ ۳) ۴۸ ۴) ۶۴

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

عمودمنصف ساق AD از رأس C می‌گذرد، پس:

$$AC = DC = ۱۰$$

ارتفاع AH را رسم می‌کنیم:

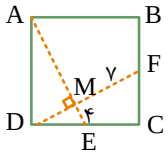


$$DH = ۲, HC = ۸ \Rightarrow AH = ۶$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = \frac{۱}{۲}(AB + CD)(AH) = ۴۸$$

گروه آموزشی ماز

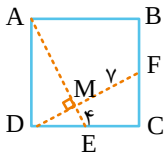
۲۳- مساحت مربع شکل مقابل چقدر است؟



۱) ۱۱۷
۲) ۱۰۸
۳) ۸۱
۴) ۱۰۰

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

دو مثلث ADE و CDF هم‌نهشت‌اند، پس:



$$\overset{\triangle}{ADE} \cong \overset{\triangle}{CDF} \Rightarrow AE = DF$$

$$AM = x + ۳$$

با فرض $DM = x$ داریم:

از طرفی DM ارتفاع وارد بر وتر است، پس:

$$DM^۲ = AM.ME \Rightarrow x^۲ = (x+۳)(۴) \Rightarrow x^۲ - ۴x - ۱۲ = ۰ \Rightarrow x = ۶$$

بنابراین $AM = ۹$ و $DM = ۶$ و با استفاده از فیثاغورس داریم:

$$AD^۲ = AM^۲ + DM^۲ = ۹^۲ + ۶^۲ = ۱۱۷ \Rightarrow S_{ABCD} = ۱۱۷$$

گروه آموزشی ماز

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir

AzmonVIP

۲۴- معادله $x_۱+x_۲+x_۳+x_۴=۳۰$ در مجموعه اعداد طبیعی فرد بزرگ‌تر از ۳، چند جواب دارد؟

۱) ۵۶ ۲) ۸۴ ۳) ۲۰ ۴) ۲۴

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

$x_i=۲k_i+۱$: چون جواب‌ها فرد هستند.

$$x_۱+x_۲+x_۳+x_۴=۳۰\Rightarrow ۲k_۱+۱+۲k_۲+۱+۲k_۳+۱+۲k_۴+۱=۳۰$$

$$\overset{\geq ۲}{k_۱}+\overset{\geq ۲}{k_۲}+\overset{\geq ۲}{k_۳}+\overset{\geq ۲}{k_۴}=\overset{۵}{\cancel{۱۴}}\Rightarrow \binom{۸}{۳}=۵۶$$

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_۱+\ldots+x_k=n$ برابر است با:

$$\binom{n+k-۱}{k-۱}$$

اگر هر x_i باید بزرگ‌تر یا مساوی α_i باشد، باید از تغییر متغیر $y_i=x_i-\alpha_i$ استفاده کنیم که در این صورت $y_i\geq ۰$ و مسئله معادل می‌شود با تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی $y_۱+\ldots+y_k=n-\sum_{i=۱}^{k}\alpha_i$ که برابر است با:

$$\binom{n-\sum_{i=۱}^{k}\alpha_i+k-۱}{k-۱}$$

گروه آموزشی ماز

۲۵- با جایگشت حروف کلمه «تو بی‌نظیری» چند کلمه می‌توان نوشت که عبارت «تو» در آن دیده شود؟

۱) $۷\times ۸!$ ۲) $۴۲\times ۶!$ ۳) $۱۶\times ۷!$ ۴) $۵۶\times ۵!$

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

تو ب ی ن ظ ر
ی
ی

$$\frac{۸!}{۳!}=\frac{۸\times ۷\times \cancel{۶}\times ۵!}{\cancel{۶}}=۵۶\times ۵!$$

گروه آموزشی ماز

۲۶- اگر

	x	۴	
		y	
	۳	۲	z
۱			

و

	t		
		۲	
			۳
۱			

مربع‌های لاتین متعامد باشند، حاصل $۲x+۳y+z+t$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۷

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

	۱	۴	
		۱	
۴	۳	۲	۱
۱		۳	

$x=y=z=۱$ ، زیرا هر ستون نیاز به ۱ دارد.

و چون مربع لاتین دوم با این مربع لاتین متعامد است $t=۴$ است.

$$۲(۱)+۳(۱)+۱+۴=۱۰$$

مربع لاتین آزمون وی ای پی

دو مربع لاتین A و B متعامد هستند، هرگاه اولاً هم‌مرتبه باشند و ثانیاً با کنار هم قرار دادن درایه‌های نظیر به نظیر و تشکیل مربع لاتین جدید هم‌مرتبه، درایه تکراری نداشته باشیم.

گروه آموزشی ماز

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
AzmonVIP

۲۷- ۴ جایزه مختلف d,c,b,a را به چند حالت بین مهرسا، ملیکا، نیکی، هلیا، فرنوش، جانان و آوا می‌توان تقسیم کرد به طوری که کسی بیشتر از یک جایزه نبرد و جایزه a به مهرسا نرسد و جایزه d به فرنوش نرسد؟

۱) ۴۰۰ ۲) ۵۸۰ ۳) ۱۲۰ ۴) ۶۲۰

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۴۰۳)

چون کسی بیشتر از یک جایزه نباید ببرد، تابع یک به یک است.

$f(a) \neq$ مهرسا

$f(d) \neq$ فرنوش

کل توابع یک‌به‌یک $-$ ($f(a) =$ مهرسا $\cup f(d) =$ فرنوش)

$۷\times۶\times۵\times۴-(۶\times۵\times۴+۶\times۵\times۴-۵\times۴)=۶۲۰$

گروه آموزشی ماز

۲۸- چند عدد طبیعی زوج کوچک‌تر از ۳۰۱ بر ۳ بخش‌پذیر است ولی بر ۷ بخش‌پذیر نیست؟

۱) ۳۲ ۲) ۴۳ ۳) ۵۰ ۴) ۶۳

پاسخ: گزینه ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۴۰۳)

اگر A اعداد زوج بخش‌پذیر بر ۳ باشد و B اعداد زوج بخش‌پذیر بر ۷ باشد:

$$|A-B|=|A|-|A\cap B|=\left[\frac{۳۰۰}{۶}\right]-\left[\frac{۳۰۰}{۴۲}\right]=۵۰-۷=۴۳$$

گروه آموزشی ماز

۲۹- از ظرفی شامل ۶ مهره آبی و ۳ مهره قرمز و ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه، حداقل چند مهره خارج شود تا مطمئن باشیم در بین مهره‌های خارج شده ۲ مهره سیاه یا سه مهره ناهمرنگ داریم؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۱ ۳) ۱۰ ۴) ۹

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۴۰۳)

بدترین حالت این است که ۶ مهره آبی و ۴ مهره سفید خارج شود، تا اینجا ۲ مهره سیاه و یا ۳مهره ناهمرنگ نداریم، اما مهره بعدی حتماً با این مهره‌ها شرط را برقرار می‌کند، پس حداقل ۱۱ مهره لازم است.

گروه آموزشی ماز

۳۰- در یک زیرمجموعهٔ دلخواه با n عضو از مجموعهٔ $A=\{۵,۶,۷,۸,...,۲۱\}$ مطمئن هستیم که دو عضو با مقسوم‌علیه مشترک بزرگ‌تر از یک وجود دارد، حداقل n کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینه ۳ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۴۰۳)

در بین اعضای زیر هیچ دو عددی مقسوم‌علیه مشترک ندارند، اگر یک عضو اضافه کنیم حتماً با یکی از اعضا، مقسوم‌علیه مشترک بزرگ‌تر از ۱ دارد.

$\{۵,۷,۱۱,۱۳,۱۷,۱۹,۸,۹\}$

گروه آموزشی ماز

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
AzmonVIP